Leçon 253 : Utilisation de la notion de convexité en analyse.

1 Généralités sur la convexité (Gourdon)

1.1 Ensembles et fonctions convexes

- Déf segment, ensemble convexe, partie étoilée + exemples
- Enveloppe convexe + carathéodory + application : conv(compact) est compact
- Déf fonction convexe
- Lien avec les régularité (ce qui est nécessaire et ce que ça implique)

1.2 Inégalités classiques

- Ce qu'on veut : Hölder, Jensen, géométrique etc.

1.3 Optimisation

- Condition nécessaire d'extremum pour les différentiables sont aussi suffisantes
- Unicité d'un extremum pour strict convexe
- Ensemble des extremum est convexe
- Application : Points de Fermat
- Dév 1 : Lowner)

2 Application

2.1 Hahn-Banach (Brézis)

- Version analytique et géométrique
- Application : Enveloppe convexe de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$ + F sev fermée de E, $\overline{F} = E$ ssi $F^{\perp} = \{0\}$

2.2 Dans les Hilbert (Gourdon)

- Dév 2 : Projection sur un convexe fermé
- Corollaire sur les orthogonaux de sous ev
- Théorème de Riesz + Existence de l'adjoint

2.3 Dans les espaces lebesgues intégrables (Brian-Pagès)

- Définition de $\mathcal{L}^p$ et L^p
- Young, Minkowski
- L^p est un evn
- Lien entre les différents L^p